

Stochastik**Aufgaben**

- 1 20 % aller Pkw eines bestimmten Herstellers sind Dieselfahrzeuge. Die Anzahl der Dieselfahrzeuge in einer Stichprobe soll modellhaft als binomialverteilt angenommen werden. 25 Pkw des Herstellers werden zufällig ausgewählt, davon sind drei rot. Die Merkmale „rot“ und „Dieselfahrzeug“ treten unabhängig voneinander auf.
- 1.1 Bestimmen Sie unter Angabe einer geeigneten Zufallsgröße für folgende Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:
A: „Unter den ausgewählten Pkw sind genau acht Dieselfahrzeuge.“
B: „Unter den ausgewählten Pkw sind mindestens fünf Dieselfahrzeuge.“ **(3 BE)**
- 1.2 Von den 25 ausgewählten Pkw sind genau fünf Dieselfahrzeuge. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei roten Pkw Dieselfahrzeuge sind. **(3 BE)**
- 1.3 Berechnen Sie, wie groß die Anzahl zufällig ausgewählter Pkw des Herstellers mindestens sein muss, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter diesen mindestens ein Dieselfahrzeug ist, mindestens 95 % beträgt. **(5 BE)**
- 2 80 % der Dieselfahrzeuge und 90 % der übrigen Pkw des Herstellers aus Aufgabe 1 haben eine Leistung von mehr als 60 kW.
- 2.1 Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. **(3 BE)**
- 2.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Leistung eines zufällig ausgewählten Pkw des Herstellers größer als 60 kW ist.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es sich bei einem zufällig ausgewählten Pkw des Herstellers mit einer Leistung von mehr als 60 kW um ein Dieselfahrzeug handelt. **(4 BE)**
- 3 In einem Werk des Pkw-Herstellers aus Aufgabe 1 produziert eine Maschine Ersatzteile. Durch einen Fehler in der Einstellung produzierte die Maschine einen Ausschussanteil (Anteil an unbrauchbaren Teilen) von mindestens 7 %. Die Maschine wurde daraufhin gewartet und neu eingestellt. Es soll mit Hilfe eines geeigneten Hypothesentests überprüft werden, ob sich der Ausschussanteil der Maschine verringert hat. Dazu werden der Produktion zufällig 100 Ersatzteile entnommen. Die Anzahl der unbrauchbaren Teile in einer Stichprobe soll modellhaft als binomialverteilt angenommen werden.
Begründen Sie, dass es sich um einen linksseitigen Hypothesentest handelt.
Entwickeln Sie einen entsprechenden Test auf einem Signifikanzniveau von 5 % und formulieren Sie eine Entscheidungsregel im Sachzusammenhang. **(6 BE)**

I Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß KMK-Standards für die allgemeine Hochschulreife, Lehrplan und Erlass „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen“ in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung

Q3: Stochastik

bedingte Wahrscheinlichkeiten, Binomialverteilung, Hypothesentest

II Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Selbstverständlich sind jedoch Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, ebenso zu akzeptieren.

Bei den Ergebnissen numerischer Rechnungen ist zu berücksichtigen, dass die angegebenen Ergebnisse gerundete Werte darstellen. Geringe Abweichungen von den in den Lösungshinweisen angegebenen Werten sind daher zu akzeptieren. Zwischen- und Endergebnisse sind sinnvoll gerundet angegeben.

Für weitere Rechnungen mit diesen Zwischenergebnissen werden – soweit möglich – nicht die gerundeten, sondern die im Taschenrechner gespeicherten Werte verwendet.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
1.1	X: Anzahl der Dieselfahrzeuge in der Stichprobe X ist binomialverteilt mit $n = 25$ und $p = 0,2$. $P(A) = P(X = 8) \approx 0,0623 = 6,23\%$ $P(B) = P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) \approx 1 - 0,4207 = 0,5793 = 57,93\%$	3
1.2	$\frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} \cdot \frac{3}{23} \approx 0,43\%$	3
1.3	$P(X \geq 1) \geq 0,95 \Leftrightarrow 1 - P(X = 0) \geq 0,95$ $\Leftrightarrow 1 - 0,8^n \geq 0,95 \Leftrightarrow 0,8^n \leq 0,05$ $n \geq \frac{\ln 0,05}{\ln 0,8} \approx 13,4$ Es müssen mindestens 14 Pkw ausgewählt werden.	2 2 1
2.1	<p>D: „Ein zufällig ausgewählter Pkw ist ein Dieselfahrzeug.“ L: „Die Leistung eines zufällig ausgewählten Pkw ist größer als 60 kW.“</p>	3

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
2.2	$P(L) = 0,2 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 0,9 = 0,88 = 88\%$ $P_L(D) = \frac{P(D \cap L)}{P(L)} = \frac{0,16}{0,88} = \frac{2}{11} \approx 0,1818 = 18,18\%$	2 2
3	<p>Man will die Vermutung $p < 0,07$ bestätigen, deshalb lautet die Nullhypothese: $H_0: p \geq 0,07$ Damit handelt sich um einen linksseitigen Test. Die Zufallsvariable X: „Anzahl der entnommenen Ersatzteile, die Ausschuss sind“ ist binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0,07$. Der Ansatz $P(X \leq k) \leq 0,05$ liefert $P(X \leq 2) \approx 0,0258$; $P(X \leq 3) \approx 0,0744$ und damit $k = 2$. Entscheidungsregel: Wenn höchstens 2 der entnommenen Ersatzteile Ausschuss sind, geht man davon aus, dass die Wartung erfolgreich war und sich der Ausschussanteil verringert hat.</p>	2 2 2
4.1	$\sqrt{n \cdot 0,25 \cdot 0,75} = 3 \Rightarrow n \cdot 0,25 \cdot 0,75 = 9 \Leftrightarrow n = 48$ Es müssen 48 Versuche durchgeführt werden.	3
4.2	$\sqrt{9 \cdot p \cdot (1-p)} = 3 \Rightarrow 9 \cdot p \cdot (1-p) = 9 \Leftrightarrow p \cdot (1-p) = 1 \Leftrightarrow p^2 - p + 1 = 0$ $p_{1;2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - 1}$ Diese Gleichung besitzt keine Lösung.	3
	Summe	30

III Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt unter Beachtung der nachfolgenden Vorgaben nach § 33 der Oberstufen- und Abiturverordnung (OAVO) vom 20. Juli 2009 (ABl. S. 408), zuletzt geändert durch Verordnung vom 13. Juli 2016 (ABl. S. 306). Nach § 52 (Übergangsregelungen) sind bei der Bewertung und Beurteilung der sprachlichen Richtigkeit in der deutschen Sprache die Bestimmungen des § 9 Abs. 12 OAVO in Verbindung mit Anlage 9b in der seit 16. August 2016 geltenden Fassung anzuwenden. In den modernen Fremdsprachen sowie den alten Sprachen gelten die Bestimmungen des § 9 Abs. 13 in Verbindung mit den Anlagen 9b und c bzw. 9d der Verordnung in der bis zum 15. August 2016 geltenden Fassung. Bei der Berechnung von Prozentwerten und Fehlerindizes gemäß Anlage 9 OAVO werden die berechneten Werte nicht gerundet. Für die Umrechnung von Prozentanteilen der erbrachten Leistungen in Notenpunkte ist Anlage 9a zu § 9 Abs. 12 OAVO in der bis zum 15. August 2016 geltenden Fassung anzuwenden. Darüber hinaus sind die Vorgaben der Erlasse „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen (Abiturerlass)“ und „Durchführungsbestimmungen zum Landesabitur“ in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung zu beachten.