

Stochastik**Aufgaben**

Jedes Jahr im Frühjahr gibt der DRV (Deutscher ReiseVerband e. V.) in einer Broschüre einen Kurzüberblick über die wichtigsten Daten der Tourismusbranche. Sofern nicht anders angegeben, beziehen sich die Zahlen dieser Aufgabe auf die von Deutschen durchgeführten Reisen im Jahr 2012.

1. Für die Reiseziele der Reisen ab fünf Tagen Dauer hat der DRV folgende Zahlen ermittelt: 31% der Reiseziele lagen in Deutschland, 7,2% der Reisen waren Fernreisen. Der Rest verteilte sich auf Nah- und Mittelstreckenziele.
Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die angegebenen Zahlen auch für das Jahr 2015 gleich bleiben.
Es werden 100 von Deutschen durchgeführte Reisen ab fünf Tagen Dauer für das Jahr 2015 zufällig ausgewählt.
 - 1.1 Bestimmen Sie jeweils unter Angabe einer Zufallsgröße X die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
Unter den 100 Reisen
 - führen genau 31 zu einem Reiseziel innerhalb Deutschlands,
 - führen mindestens 31 zu einem Reiseziel innerhalb Deutschlands,
 - sind mindestens sechs, aber höchstens acht Fernreisen.

(8 BE)
 - 1.2 Erläutern Sie die Bedeutung der folgenden Gleichung im Sachzusammenhang.
$$P(X = 62) = \binom{100}{62} \cdot (0,618)^{62} \cdot (0,382)^{38} = 0,0819$$

(3 BE)
2. Der DRV erfasst gesondert Kurzurlaube. Kurzurlaube sind Urlaube, deren Reisedauer unter fünf Tagen liegt.
76% aller Kurzurlaube gingen ins Inland. 42,6% aller Kurzurlaube ins Inland waren Städtereisen.
8% aller Kurzurlaube waren Städtereisen ins Ausland.
 - 2.1 Stellen Sie den Sachverhalt mit Hilfe eines Baumdiagramms oder einer Vierfeldertafel dar.

(5 BE)
 - 2.2 Es wurden insgesamt 74,5 Mio. Kurzreisen angetreten. Ermitteln Sie die Gesamtzahl der Städtereisen.

(2 BE)
 - 2.3 Bei den Kurzurlaube geht ein Reiseanbieter davon aus, dass sich das Reiseverhalten der Deutschen in den folgenden Jahren nicht ändert. Die ermittelten Zahlen aus dem Jahr 2012 werden daher übernommen.
Dem Reiseanbieter liegt im Jahr 2015 eine Buchung einer Städtereise vor. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass es sich um eine Auslandsreise handelt.

(3 BE)

3. Der DRV stellt in seiner Broschüre außerdem fest, dass im Jahr 2012 8% der Pauschalreisen online gebucht wurden.
Eine Reisebürokettenkette vermutete, dass sich der Anteil der online gebuchten Pauschalreisen im Jahr 2013 erhöht habe. Um dies zu überprüfen, wurden 100 von Deutschen durchgeführte Pauschalreisen des Jahres 2013 zufällig ausgewählt und die betroffenen Reisenden nach ihrem Buchungsverhalten befragt.
- 3.1 Die Reisebürokettenkette testete die Nullhypothese:
 $H_0: p \leq 0,08$
Entwickeln Sie im Sachzusammenhang eine Entscheidungsregel auf einem Signifikanzniveau von 5%. **(5 BE)**
- 3.2 Sollten Sie in Aufgabe 3.1 zu keiner Lösung gekommen sein, so verwenden Sie als kritische Zahl, d.h. als kleinsten Wert im Ablehnungsbereich der Nullhypothese, $k = 13$.
- 3.2.1 Erläutern Sie den Fehler 1. Art und den Fehler 2. Art im Sachzusammenhang. **(2 BE)**
- 3.2.2 Im Frühjahr 2014 gab der DRV bekannt, dass 15% der von Deutschen im Jahr 2013 durchgeführten Pauschalreisen online gebucht wurden. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Reisebürokettenkette bei ihrem Hypothesentest einen Fehler 2. Art beging. **(2 BE)**

I. Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß Lehrplan und Erlass „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2015“ vom 27. Juni 2013

Q3 Stochastik

Bernoullikette, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Binomialverteilung, Hypothesentest, Fehler 1. und 2. Art

II. Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Selbstverständlich sind jedoch Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, ebenso zu akzeptieren.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE			
		I	II	III	Σ
1.1	<p>Für die ersten beiden Ereignisse gilt: Die Zufallsgröße X (Anzahl der Reisen, die zu einem Reiseziel innerhalb Deutschlands führen) ist binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0,31$.</p> $P(X = 31) = \binom{100}{31} \cdot (0,31)^{31} \cdot (0,69)^{69} \approx 0,086 = 8,6\%$ $P(X \geq 31) = 1 - P(X \leq 30) = 1 - 0,4624 = 0,5376 = 53,76\%$ <p>Für das dritte Ereignis gilt: Die Zufallsgröße X (Anzahl der Fernreisen) ist binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0,072$.</p> $P(6 \leq X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 5) = 0,7068 - 0,2660 = 0,4408 = 44,08\%$	1			
		2			
		2			
		3			8
1.2	<p>X: Anzahl der Reisen, die zu einem Nah- oder Mittelstreckenziel führen ($p = 0,618$).</p> <p>Mit einer Wahrscheinlichkeit von 8,18% führen von 100 zufällig ausgewählten Reisen genau 62 zu einem Nah- oder Mittelstreckenziel.</p>				
			1	2	3

Aufg.	erwartete Leistungen	BE																			
		I	II	III	Σ																
2.1	<p>Alternative Darstellung mit Hilfe einer 4-Felder-Tafel:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Inland</th> <th>Ausland</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>Städtereise</th> <td>0,3238</td> <td>0,08</td> <td>0,4038</td> </tr> <tr> <th>keine Städtereise</th> <td>0,4362</td> <td>0,16</td> <td>0,5962</td> </tr> <tr> <th></th> <td>0,76</td> <td>0,24</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		Inland	Ausland		Städtereise	0,3238	0,08	0,4038	keine Städtereise	0,4362	0,16	0,5962		0,76	0,24	1				
	Inland	Ausland																			
Städtereise	0,3238	0,08	0,4038																		
keine Städtereise	0,4362	0,16	0,5962																		
	0,76	0,24	1																		
2.2	Anteil der Städtereisen: $0,76 \cdot 0,426 + 0,24 \cdot \frac{1}{3} \approx 0,4038$ 40,38% von 74,5 Mio. sind ca. 30,1 Mio. Städtereisen.		2		2																
2.3	$P_S(A) = \frac{P(S \cap A)}{P(S)} = \frac{0,08}{0,4038} \approx 0,1981$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 19,81% handelt es sich bei der gebuchten Städtereise um eine Auslandsreise.		1	2	3																
3.1	$X =$ Anzahl der online gebuchten Pauschal-Reisen $H_0: p \leq 0,08 \quad H_1: p > 0,08$ Berechnung des kleinsten Wertes k des Ablehnungsbereichs von H_0 : $P(X \geq k) \leq 0,05$ $\Leftrightarrow 1 - P(X \leq k - 1) \leq 0,05$ $\Leftrightarrow P(X \leq k - 1) \geq 0,95$ Taschenrechner oder Tabelle liefert für $p = 0,08$: $P(X \leq 13) = 0,9718$ somit gilt: $k - 1 = 13$ und damit $k = 14$ Entscheidungsregel: Wurden mindestens 14 der 100 zufällig ausgewählten Pauschalreisen online gebucht, lehnte die Reisebüro kette H_0 ab und ging davon aus, dass sich der Anteil der Online-Buchungen erhöht habe.	1		2																	
3.2.1	Fehler 1. Art: Man lehnte H_0 fälschlicherweise ab. Die Reisebüro kette ging davon aus, dass sich der Anteil der Online-Buchungen erhöht habe, obwohl das nicht der Fall war. Fehler 2. Art: Man lehnte H_0 fälschlicherweise nicht ab. Die Reisebüro kette ging davon aus, dass sich der Anteil der Online-Buchung nicht erhöht habe, obwohl das der Fall war.		2		2																

Aufg.	erwartete Leistungen	BE			
		I	II	III	Σ
3.2.2	$P(X \leq 13) = F_{100;0,15}(13) = 0,3474$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 34,74% beging das Reisebüro einen Fehler 2. Art. <i>Sollte $k = 13$ verwendet worden sein, so gilt:</i> $P(X \leq 12) = F_{100;0,15}(12) = 0,2473$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 24,73% beging das Reisebüro einen Fehler 2. Art.			2	2
	Summe	9	15	6	30

Zahlen zu 2012 entnommen aus:

http://www.driv.de/fileadmin/user_upload/Fachbereiche/Statistik_und_Marktforschung/Fakten_und_Zahlen/Fakten_und_Zahlen_zum_deutschen_Reisemarkt_2012.pdf (abgerufen am 24.7.2014).

III. Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt gemäß den Bestimmungen in der OAVO in der jeweils geltenden Fassung, insbesondere § 33 OAVO in Verbindung mit den Anlagen 9a und ggf. 9b bis 9f, sowie in den Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA). Für die Umrechnung von Prozentanteilen der erbrachten Leistungen in Notenpunkte nach § 9 Abs. 12 der OAVO gelten die Werte in der Anlage 9a der OAVO. Darüber hinaus sind die Vorgaben des Erlasses „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2015“ vom 27. Juni 2013 zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung je eines Vorschlags aus den Aufgabengruppen A und B sowie des Pflichtvorschlags C, wofür insgesamt maximal 100 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von **5 Punkten (ausreichend)** setzt voraus, dass insgesamt 46% der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von **11 Punkten (gut)** setzt voraus, dass insgesamt 76% der zu vergebenden BE erreicht werden.