Übungsklausur 2 • 13.1

für Freitag, 29. November 2019 • 4 Unterrichtsstunden

GK

Analysis • Lineare Algebra • Stochastik

Auswahlverfahren und Prüfungsablauf

Die Klausur wird unter (angepassten) Abiturbedingungen geschrieben.

Prüfungsteil 1 Vorschlag A ist ein Pflichtvorschlag. Nach Ablauf der Bearbeitungszeit von Prüfungsteil 1 (35 statt im Abitur 45 Minuten) geben Sie Vorschlag A und Ihre Bearbeitung von Vorschlag A ab.

Anschließend werden die Aufgabenvorschläge für Prüfungsteil 2 sowie die zugelassenen Hilfsmittel bereitgestellt und die Bearbeitungszeit von Prüfungsteil 2 beginnt.

Prüfungsteil 2 Wählen Sie aus den Aufgabengruppe C einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Die nicht ausgewählten Vorschläge werden 45 (im Abitur 60) Minuten nach Beginn der Bearbeitungszeit von Prüfungsteil 2 ungültig gemacht (im Abitur eingesammelt).

Im Abitur auch Aufgabengruppe B. Dort sind B1/B2 Analysis, C1 Lineare Algebra und C2 Stochastik.

Prüfungsteil 1 • ohne Hilfsmittel

Vorschlag A

Landesabitur 2019 • Prüfungsteil 1 • Vorschlag A

Analysis | Niveau 1

In Schaubild sind der Graph der Funktion g sowie der Graph einer weiteren Funktion f dargestellt.

$$g(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

1. Berechnen Sie $\int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x$ und zeichnen Sie die Fläche, deren Inhalt mit dem Integral berechnet wird, in Material 1.

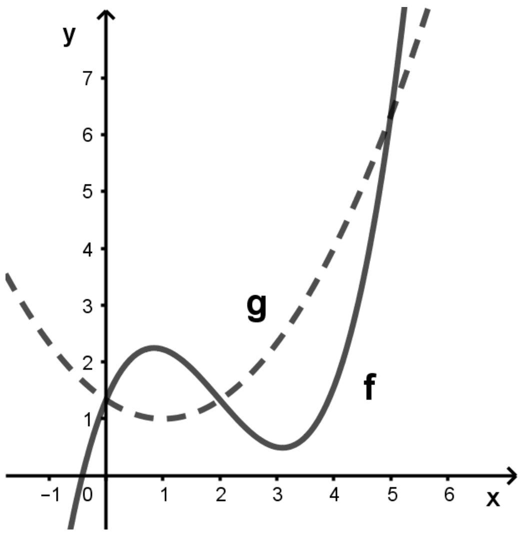
3 Punkte

2. Entscheiden Sie nur anhand der Abbildung in Material 1, ob der Wert des Integrals

2 Punkte

$$\int_2^5 \big(f(x) - g(x)\big)\,\mathrm{d}x$$

eine positive Zahl, eine negative Zahl oder gleich null ist.



Übungsklausur 2 • 13.1

für Freitag, 29. November 2019 • 4 Unterrichtsstunden

Analysis • Lineare Algebra • Stochastik

Stochastik | Niveau 1

In einem Behälter befinden sich 2 blaue und 3 weiße Kugeln.

3. Zwei Kugeln werden nacheinander zufällig ohne Zurücklegen gezogen. – Geben Sie für die folgenden Ereignisse jeweils einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit an: **3 Punkte**

A: „Beide Kugeln sind blau."
B: „Mindestens eine Kugel ist weiß."
C: „Eine Kugel ist weiß und eine blau."

4. Bestimmen Sie, wie viele grüne Kugeln zusätzlich in den Behälter gelegt werden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit, beim einmaligen Ziehen zufällig eine grüne Kugel zu ziehen, $^2/_3$ beträgt. **2 Punkte**

Lineare Algebra | Niveau 1

Gegeben sind die Punkte $A(5|7|2)$, $B(3|10|3)$, $C(4|7|7)$ und $D(6|4|6)$.

5. Zeigen Sie, dass das Viereck $ABCD$ ein Parallelogramm, aber kein Rechteck ist. **3 Punkte**

6. Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts M der Diagonalen AC. **2 Punkte**

Hinweis *Nur zur Information über den kompletten Aufgabenvorschlag aus dem letztjährigen Abitur (und zum Üben):*

Lineare Algebra | Niveau 2

7. Gegeben sind die Punkte $A(-6|8|1)$ und $B(-3|8|-5)$ sowie eine Gleichung der Geraden g mit **5 Punkte**

$$g : x = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix},\ r \in \mathbb{R}.$$

Bestätigen Sie, dass die Strecke $\overline{AB}$ von der Geraden g geschnitten wird.

GK

Prüfungsteil 2 • mit Hilfsmitteln

Vorschlag B | Stochastik | Pflichtgebiet

Landesabitur 2019 • Prüfungsteil 2 • Vorschlag C2

Bei einer Befragung unter 2360 Männern und 2200 Frauen, die in den vorhergegangenen 12 Monaten zumindest einmal an einem Glücksspiel teilgenommen hatten, zeigten 2,5 % der befragten Männer und 0,5 % der befragten Frauen Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens. Unter den Befragten wird eine Person zufällig ausgewählt. – Betrachtet werden folgende Ereignisse:

M: „Die ausgewählte Person ist ein Mann."
S: „Die ausgewählte Person zeigte Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens."

1. Stellen Sie den beschriebenen Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. **4 Punkte**

2. Die Terme $P_M(S)$ und $P(M \cap S)$ stellen Wahrscheinlichkeiten dar. – Beschreiben Sie für jeden der beiden Terme die Bedeutung im Sachzusammenhang. **2 Punkte**

3. Von den befragten Personen, die Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens zeigten, wird eine zufällig ausgewählt. – Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die ausgewählte Person eine Frau ist. **2 Punkte**

Im Folgenden werden ausschließlich Männer betrachtet, die in den vorhergegangenen 12 Monaten zumindest einmal an einem Glücksspiel teilgenommen hatten.

Für eine weiterführende Studie sollen 200 Männer zufällig ausgewählt werden. Es soll davon ausgegangen werden, dass die Anzahl der ausgewählten Männer, die Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens zeigen, durch eine binomialverteilte Zufallsgröße X mit der Trefferwahrscheinlichkeit von 2,5 % beschrieben werden kann.

4. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse: **7 Punkte**

A: Unter den ausgewählten Männern befinden sich genau 4 Männer, die Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens zeigen.
B: Unter den ausgewählten Männern befinden sich mindestens 4 Männer, die Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens zeigen.
C: Alle ausgewählten Männer zeigen keine Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens.

5. Bestimmen Sie das kleinste Intervall mit den beiden folgenden Eigenschaften: **5 Punkte**

GK

- Das Intervall ist bezüglich des Erwartungswerts von X symmetrisch.
- Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert von X im Intervall liegt, ist größer als 90 %.

In einer Urne befinden sich fünf Kugeln, die jeweils mit einer natürlichen Zahl beschriftet sind. Drei Kugeln tragen die Zahl 4, die anderen beiden die von 4 verschiedene Zahl x.

6. Im dargestellten Sachzusammenhang wird die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $1 - 0{,}6^3$ berechnet. – Beschreiben Sie das zugrundeliegende Zufallsexperiment und das Ereignis. **3 Punkte**

Werden der Urne zwei Kugeln gleichzeitig zufällig entnommen, so ist der Erwartungswert für die Summe der beiden Zahlen auf den entnommenen Kugeln 12.

7. Begründen Sie ohne Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, dass x größer als 5 ist. **2 Punkte**

8. Berechnen Sie die Zahl x. **4 Punkte**

GK

Vorschlag C1 | Lineare Algebra | Wahlgebiet

Landesabitur 2019 • Prüfungsteil 2 • Vorschlag C1

Ein neu geplantes Mehrfamilienhaus soll 9 m breit, 15 m lang und inklusive Dach 9 m hoch werden. Das Material zeigt eine Darstellung des Hauses im Koordinatensystem. Der Erdboden wird durch die xy-Ebene beschrieben. In dieser Ebene liegen die Eckpunkte A, B, C und D des rechteckigen Hausbodens. Der Punkt G hat die Koordinaten $G(9|15|6)$. Der Dachfirst IJ verläuft horizontal und mittig über der Dachbodenfläche $EFGH$.

1. Geben Sie die Koordinaten der Punkte C, F und J an. – Beschriften Sie die Achsen im Material mit einer geeigneten Skalierung. **5 Punkte**

2. Geben Sie eine Parametergleichung der Ebene T an, in der die Dachfläche $FGJI$ liegt, und bestimmen Sie eine Koordinatengleichung dieser Ebene. **6 Punkte**

Zur Kontrolle: $2x + 3z = 36$ ist eine mögliche Koordinatengleichung der Ebene.

3. Berechnen Sie den Flächeninhalt der gesamten Dachfläche. **3 Punkte**

4. Damit das Dach für die geplante Installation einer Photovoltaikanlage geeignet ist, sollte die Dachneigung zwischen 30 und 35 Grad betragen. In diesem Sachzusammenhang wird folgende Rechnung durchgeführt: **4 Punkte**

(1) $$\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} -4{,}5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix},\ \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

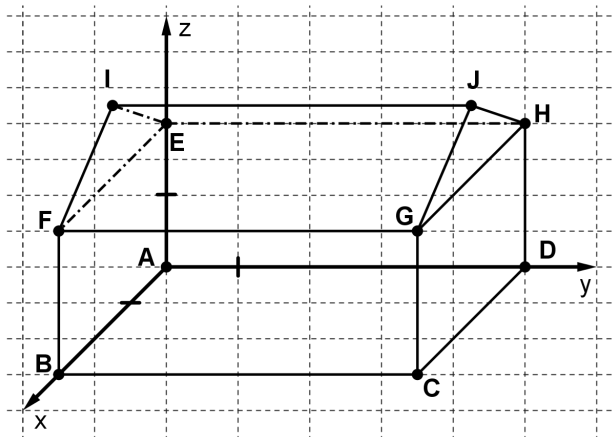
(2) $$\cos\alpha = \frac{\begin{pmatrix} -4{,}5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} -4{,}5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right|} = \ldots$$

Erläutern Sie den Ansatz (1) und den Rechenschritt (2). – Berechnen Sie den Winkel α. – Deuten Sie Ihr Ergebnis für α im Sachzusammenhang.

5. Auf dem Nachbargrundstück steht eine 13,5 m hohe Tanne im Punkt $P(30{,}75|6|0)$. Zu einem bestimmten Zeitpunkt fällt das Sonnenlicht in Richtung des Vektors $\vec{v}$ auf die Dachfläche $FGJI$. **5 Punkte**

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -0{,}5 \end{pmatrix}$$

Prüfen Sie, ob der Schatten der Tannenspitze zu diesem Zeitpunkt auf die Dachfläche $FGJI$ trifft.

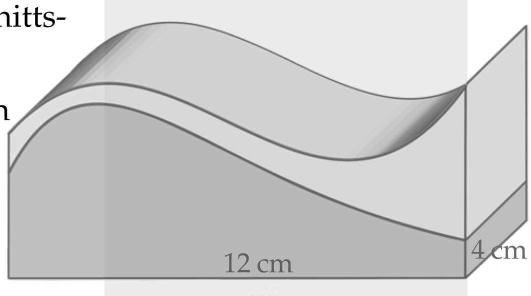


GK

Vorschlag C2 | Analysis | Wahlgebiet

Landesabitur 2019 • Prüfungsteil 2 • Vorschlag B1

Das im Schrägbild dargestellte Werkstück hat eine rechteckige Grundfläche und dazu senkrecht verlaufende Seitenflächen. Es besteht aus zwei unterschiedlich gefärbten Kunststoffen.Der obere Teil ist heller, der untere dunkler gefärbt. Daneben ist eine Querschnittsfläche des Werkstücks abgebildet.



Die obere Randkurve der Querschnittsfläche kann im Bereich $-2 \leqslant x \leqslant 10$ durch den Graphen der Funktion f mit

$$f(x) = 0{,}016x^3 - 0{,}18x^2 + 0{,}2x + 5$$

beschrieben werden (alle Angaben in cm).

1. Berechnen Sie, auch unter Berücksichtigung der Randwerte des Intervalls, an welcher Stelle das Werkstück am höchsten ist, und geben Sie seine maximale Höhe an. **8 Punkte**

2. Berechnen Sie den Inhalt A der gesamten Querschnittsfläche des Werkstücks. **4 Punkte**

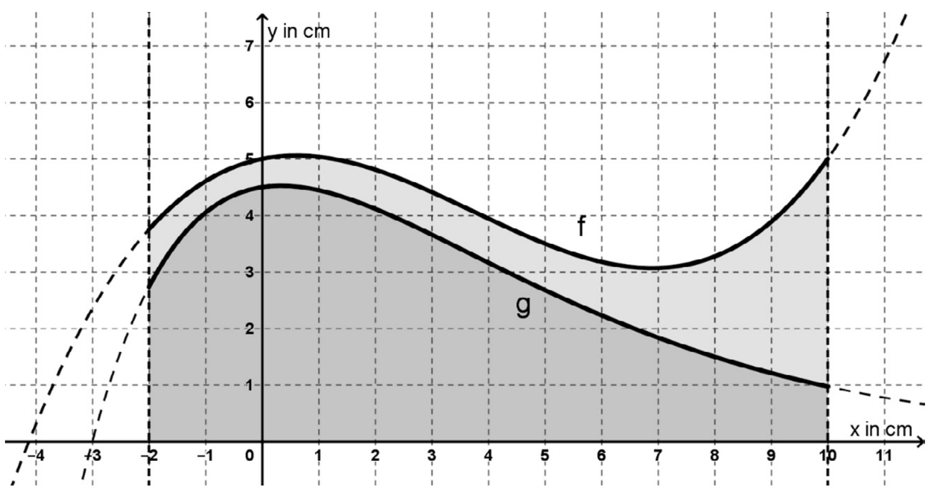
Die obere Randkurve des unteren, dunkler gefärbten Teils der Querschnittsfläche kann für $-2 \leqslant x \leqslant 10$ durch den Graphen der Funktion g mit $g(x) = (1{,}5x + 4{,}5) \cdot e^{-0{,}3x}$ beschrieben werden (alle Angaben in cm).

3. Mithilfe des *Formansatzes* $G(x) = (ax + b) \cdot e^{-0{,}3x}$ soll eine Stammfunktion G der Funktion g ermittelt werden. – Berechnen Sie die Ableitungsfunktion G' der Funktion G. – Ermitteln Sie durch Vergleich der Funktionsterme von G' und g eine Stammfunktion G von g. **6 Punkte**

zur Kontrolle:

$G(x) = \left(-5x - {}^{95}\!/_{3}\right) \cdot e^{-0{,}3x}$

4. Bestimmen Sie das Volumen des oberen, heller gefärbten Teils des Werkstücks. **5 Punkte**



95 Punkte insgesamt