Probeklausur 2 • 13.1

für Montag, 2. Dezember 2019 • 4 Unterrichtsstunden

Analysis • Lineare Algebra • Stochastik

GK

Die Klausur wird unter (angepassten) Abiturbedingungen geschrieben.

Auswahlverfahren und Prüfungsablauf

Prüfungsteil 1 Vorschlag A ist ein Pflichtvorschlag. Nach Ablauf der Bearbeitungszeit von Prüfungsteil 1 (35 statt im Abitur 45 Minuten) geben Sie Vorschlag A und Ihre Bearbeitung von Vorschlag A ab.

Anschließend werden die Aufgabenvorschläge für Prüfungsteil 2 sowie die zugelassenen Hilfsmittel bereitgestellt und die Bearbeitungszeit von Prüfungsteil 2 beginnt.

Prüfungsteil 2 Wählen Sie aus den Aufgabengruppe C einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Die nicht ausgewählten Vorschläge werden 45 (im Abitur 60) Minuten nach Beginn der Bearbeitungszeit von Prüfungsteil 2 ungültig gemacht (im Abitur eingesammelt).

Im Abitur auch Aufgabengruppe B. Dort sind B1/B2 Analysis, C1 Lineare Algebra und C2 Stochastik.

Prüfungsteil 1 • ohne Hilfsmittel

Vorschlag A

Nach Landesabitur 2019 Nachtermin • Prüfungsteil 1 • Vorschlag A

Analysis | Niveau 1

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x$.

1. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche A, die der Graph von f mit der x-Achse im Intervall $[-1;1]$ einschließt. **2 Punkte**

2. Begründen Sie ohne Rechnung, dass gilt: $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 0$. – Erläutern Sie, warum dieses Ergebnis nicht mit dem Ergebnis aus Aufgabe 1 übereinstimmt. **3 Punkte**

Stochastik | Niveau 1

3. Beschreiben Sie den Ergebnisraum des Zufallsexperiments, bei dem eine Münze (Kopf/Zahl) und ein Würfel geworfen werden, und geben Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis an, dass Kopf und eine ungerade Zahl fallen. **2 Punkte**

4. Entscheiden Sie begründet, ob im folgenden Fall eine binomialverteilte Rechnung angemessen ist: Aus Ihrem Mathematikkurs werden 5 Personen zufällig ausgewählt und die Chance berechnet, dass alle 5 weiblich sind. **1 Punkt**

5. Beschreiben Sie allgemein das Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit bei einer binomialverteilten Zufallsgröße X mit dem folgenden Ausdruck berechnet wird: **2 Punkte**

$$\binom{12}{8} \cdot 0{,}4^8 \cdot 0{,}6^4$$

Lineare Algebra | Niveau 1

Gegeben sind die Ebene $E: x + y - z = 3$ und der Punkt $P(2|-1|-2)$.

GK

6. Zeigen Sie, dass P in E liegt. **1 Punkt**

7. Berechnen Sie den Abstand von P zum Koordinatenursprung $O(0|0|0)$. **2 Punkte**

8. Geben Sie die Parametergleichung einer Geraden g an, die in der Ebene E verläuft und durch P geht, und erläutern Sie Ihre Angabe. **2 Punkte**

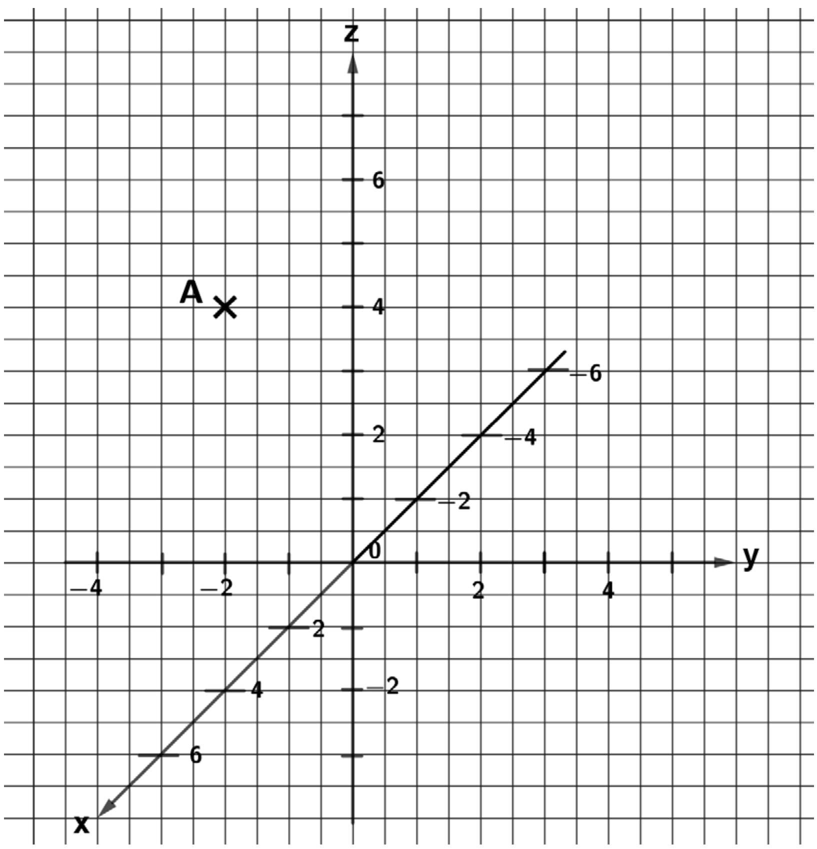
Hinweis *Nur zur Information über die vierte Aufgabe aus dem letztjährigen Abitur – und für später:*

Lineare Algebra | Niveau 2

Gegeben ist der im Koordinatensystem eingezeichnete Punkt A (Material).

9. Der Punkt A liegt in der xz-Ebene. Geben Sie die (ganzzahligen) Koordinaten des Punktes A an. **(1 Punkt)**

10. Der Punkt $C(2|4|0)$ wird durch eine Spiegelung an einer Ebene E auf den Punkt $C'(-2|-4|6)$ abgebildet. Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E. **(4 Punkte)**



Probeklausur 2 • 13.1

für Montag, 2. Dezember 2019 • 4 Unterrichtsstunden

Analysis • Lineare Algebra • Stochastik

Prüfungsteil 2 • mit Hilfsmitteln

Vorschlag B | Stochastik | Pflichtgebiet

Landesabitur 2017 Nachtermin • Vorschlag C

Die Bundeszentrale für gesundheitliche Aufklärung (BZgA) untersucht in regelmäßigen Abständen den Alkoholkonsum von Jugendlichen und jungen Erwachsenen in Deutschland. In der repräsentativen Studie des Jahres 2014 wurde gezeigt, dass 30 % der 12- bis 17-jährigen Jugendlichen noch nie Alkohol getrunken haben, unabhängig vom Geschlecht. Regelmäßig – also mindestens einmal in der Woche – trinken 16,9 % der Jungen dieser Altersgruppe und 9,4 % der Mädchen dieser Altersgruppe Alkohol.

Für die nachfolgenden Aufgaben sollen die angegebenen relativen Häufigkeiten aus dem Jahr 2014 als Wahrscheinlichkeiten für alle 12- bis 17-jährigen Jugendlichen zugrunde gelegt werden. Ferner seien alle betrachteten Jugendlichen aus der Altersgruppe der 12- bis 17-Jährigen.

Eine Lehrerin unternimmt mit 20 Jugendlichen, darunter 12 Mädchen und 8 Jungen, eine Studienfahrt.

1. Bestimmen Sie jeweils unter Angabe einer Zufallsgröße X die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse: **8 Punkte**

A: Genau zwei der Jungen trinken regelmäßig Alkohol.
B: Mindestens die Hälfte aller Jugendlichen hat noch nie Alkohol getrunken.
C: Mehr als 2 und höchstens 5 der Mädchen trinken regelmäßig Alkohol.

2. [Noch nicht behandelt, keine Klausuraufgabe] An einem Abend dürfen die Jugendlichen in die Disco gehen. 11 der 20 Jugendlichen nehmen das Angebot an. Beschreiben Sie die einzelnen Bestandteile des nebenstehenden Bruchterms und erläutern Sie, welche Wahrscheinlichkeit in diesem Zusammenhang berechnet wird. **(4 Punkte)**

$$\frac{\binom{12}{7}\cdot\binom{8}{4}}{\binom{20}{11}} \approx 0{,}33$$

2. [Ergänzt, nicht original Abiturvorschlag] Berechnen Sie, wie groß die Reisegruppe sein müsste, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von über 99 % mindestens ein Jugendlicher (Mädchen oder Junge) dabei ist, der noch nie Alkohol getrunden hat. **5 Punkte**

In der Gruppe der 12- bis 17-jährigen Jugendlichen an einem großen Gymnasium liegt der Anteil der Mädchen bei 56 %. Es soll der Zusammenhang von Geschlecht und dem regelmäßigen Konsum von Alkohol unter diesen Jugendlichen untersucht werden. Dazu werden einzelne, zufällig ausgewählte Jugendliche befragt.

GK

3. Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine befragte Person aus der Gruppe der Jugendlichen ein Junge ist und nicht regelmäßig Alkohol konsumiert.

5 Punkte

4. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine befragte Person aus der Gruppe der Jugendlichen, die regelmäßig Alkohol trinken, ein Mädchen ist.

4 Punkte

Der Umfang der verschiedenen Teile B, C1 und C2 ist noch nicht stimmig und die hinteren beiden Teile werden in der Klausur im VErhältnis etwas geringer ausfallen. Zum Üben habe ich aber die Aufgabenteile so hier belassen.

GK

Vorschlag C1 | Lineare Algebra | Wahlgebiet

Landesabitur 2017 • Prüfungsteil 2 • Vorschlag B2

Ein alter Kirchturm (ähnlich dem Kirchturm in Unterloibach (Österreich), siehe nebenstehende Abbildung) hat die Form eines Quaders mit quadratischer Grundfläche und einer aufgesetzten Pyramide. Die Spitze dieser Pyramide befindet sich senkrecht über dem Mittelpunkt ihrer Grundfläche.

http://de.wikipedia.org/wiki/Filialkirche_Unterloibach (abgerufen am 30.5.2016)

Die Kanten der Grundfläche des betrachteten Kirchturms sind 6 m lang, die Höhe des Pyramidendachs beträgt ebenfalls 6 m. Insgesamt ist der Turm 18 m hoch.

1. Zeichnen Sie den Kirchturm in das Koordinatensystem im Material und beschriften Sie die Zeichnung gemäß den folgenden Vorgaben: Die Eckpunkte der Grundfläche des Kirchturms sollen mit A, B, C und D bezeichnet werden. Der Eckpunkt A liegt im Koordinatenursprung. Der Eckpunkt B soll auf der positiven x-Achse und der Eckpunkt D auf der positiven y-Achse liegen. Die Eckpunkte des Bodens des Pyramidendachs sollen entsprechend mit E, F, G und H bezeichnet werden, wobei der Eckpunkt E über dem Eckpunkt A liegt. Die Spitze des Dachs liegt im Punkt $S(3|3|18)$. – Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte C und F des Turms an. **4 Punkte**

2. Der Kirchturm soll saniert werden. Dazu wird unter anderem das Dach neu eingedeckt. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Dachfläche. **3 Punkte**

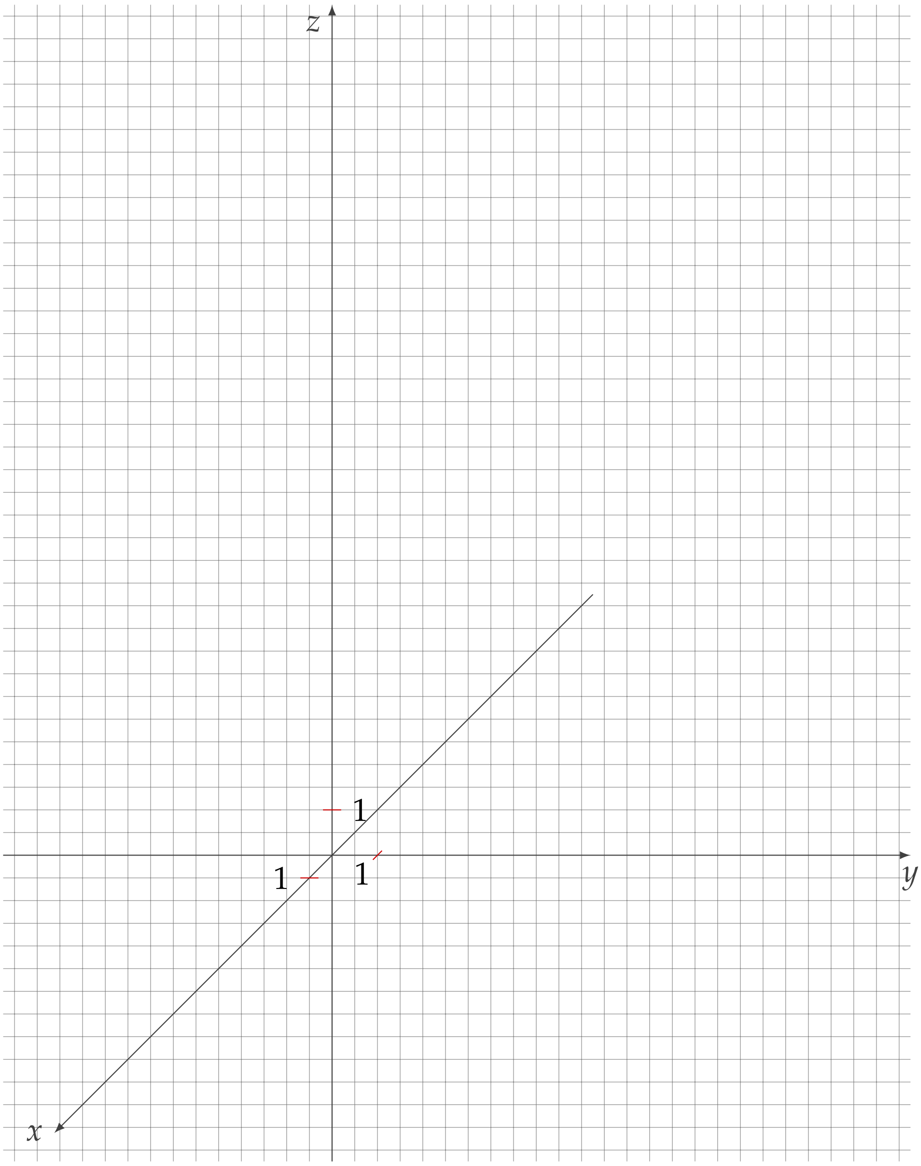
Zur Stabilisierung des Dachs sollen im Dachraum zwei Stützbalken eingezogen werden, deren Dicke bei den folgenden Betrachtungen vernachlässigt wird.

Der erste Stützbalken soll die Mitte $M(3|0|12)$ der Dachbodenkante $\overline{EF}$ mit der gegenüberliegenden Dachfläche mit den Eckpunkten $G(6|6|12)$, $H(0|6|12)$ und $S(3|3|18)$ verbinden und orthogonal zur Dachfläche GHS verlaufen.

3. Geben Sie eine Parameterform der Ebene E_{GHS}, in der die Dachfläche mit den Eckpunkten G, H und S liegt, an und bestimmen Sie eine zugehörige Koordinatengleichung. **5 Punkte**

Zur Kontrolle: Eine mögliche Koordinatengleichung lautet

$$E_{GHS}: 2y + z = 24.$$



4. Erläutern Sie die Zeilen (1) bis (4) im nebenstehenden Kasten im Sachzusammenhang. Geben Sie die fehlende Rechnung in Zeile (3) an und bestimmen Sie das Ergebnis in Zeile (4).

8 Punkte

(1) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(2) $4r + 12 + r = 24$

$\iff r = 12/5$

(3) $\ldots \implies P(3|24/5|72/5)$

(4) $\left| \begin{pmatrix} 0 \\ 24/5 \\ 12/5 \end{pmatrix} \right| \approx \ldots$

5. Der zweite Stützbalken soll den Eckpunkt H des Bodens des Pyramidendachs mit der Dachkante $\overline{FS}$ verbinden und orthogonal zur Dachkante $\overline{FS}$ verlaufen. Ein Richtungsvektor der Geraden k, auf der der zweite Stützbalken liegt, ist

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Prüfen Sie, ob sich die beiden Stützbalken schneiden.

5 Punkte

Probeklausur 2 • 13.1

für Montag, 2. Dezember 2019 • 4 Unterrichtsstunden

Analysis • Lineare Algebra • Stochastik

Vorschlag C2 | Analysis | Wahlgebiet

Landesabitur 2017 • Vorschlag A2

In Herr Maiers Garten steht ein Kirschbaum. Beim Einpflanzen hatte der Baum eine Höhe von 2 Metern. 7 Jahre nach dem Einpflanzen ist er 5 Meter hoch.

Zur Modellierung seines Wachstums soll die Höhe des Kirschbaums durch eine Funktion in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden. Dazu werden die nebenstehenden Funktionen h und g vorgeschlagen. Dabei werden t in Jahren seit dem Einpflanzzeitpunkt und $h(t)$ bzw. $g(t)$ in Metern angegeben. Für die Modellierungen gilt jeweils $t \geqslant 0$. Für die Aufgaben 1 und 3 bis 5 soll diese Einschränkung des Definitionsbereichs nicht gelten.

$h(t) = 6 - 4 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}2 \cdot t}$

$g(t) = 2 + \frac{3}{7}t$

1. Im Koordinatensystem in Material 1 ist der Graph von h abgebildet. Zeichnen Sie zusätzlich den Graphen von g ein. **2 Punkte**

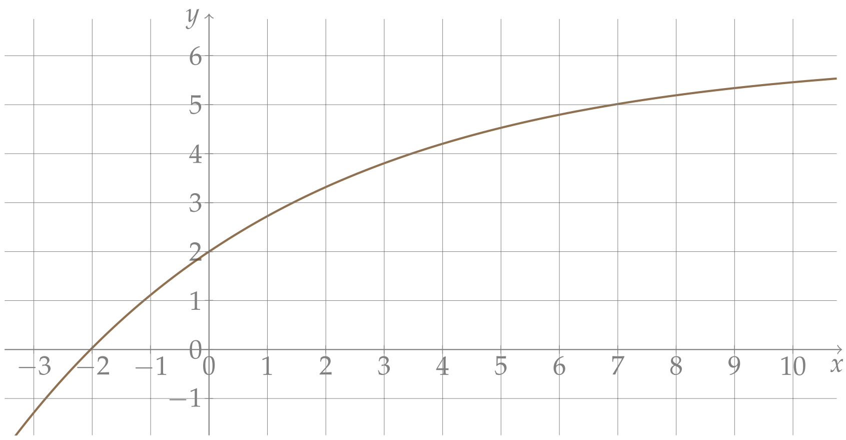
2. Beschreiben Sie anhand der Graphen von g und h jeweils den Verlauf der Steigung. Begründen Sie im Sachzusammenhang ohne weitere Rechnung, warum die Funktion h für die Modellierung des Wachstums des Kirschbaums auf lange Sicht besser geeignet ist als die Funktion g. **4 Punkte**

3. Begründen Sie anhand des Funktionsterms der Funktion h, dass sich die Höhe des Baums langfristig dem Wert von 6 m immer mehr nähert, ohne ihn jedoch zu erreichen bzw. zu überschreiten. **3 Punkte**

4. Berechnen Sie für die Modellierung mit der Funktion h den Zeitpunkt t, zu dem die Höhe des Kirschbaums 90 % des Werts aus Aufgabe 3 erreicht. **4 Punkte**

5. Bestimmen Sie die Gleichung der Ableitungsfunktion h'. – Geben Sie den Wert von $h'(4)$ an und deuten Sie diesen im Sachzusammenhang. **5 Punkte**

6. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die zwischen dem Graphen von h und der t-Achse im Intervall $[0; 7]$ liegt. **5 Punkte**



85 Punkte insgesamt